LES FONCTIONS

On définit une fonction f en associant à toute valeur x de *l'intervalle de définition* un réel *unique* f(x).

$x \xrightarrow{\quad O \quad} f(x)$

antécédent de f(x) image de x
D R

Etude d'une fonction :

Il faut chercher :
- l'intervalle de définition
- les sens de variation
- les limites aux bornes de D
- le graphe y=f(x)

INTERVALLE DE DEFINITION

Chercher les cas de non définition de f(x). Les *valeurs interdites* sont :

• $\frac{A(x)}{0}$	Toute valeur qui annule le dénominateur	Ex : si $f(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$ Résoudre $B(x) = 0$, les racines sont les valeurs interdites
• $\sqrt{A(x)}$	Toute valeur qui rend A<0 car un carré est toujours positif	Chercher le signe de A(x)
• $ArcCos(x), ArcSin(x)$	Toute valeur de x>1 ou x<-1 car sin et cos sont compris entre 0 et 1	Donne un intervalle [-1 +1]
• $Log(x)$	Toute valeur x négative ou nulle	Donne un intervalle]0 +∞[

La fonction n'est pas continue pour les valeurs interdites

SENS DE VARIATION

2^{nde} : calculer différentes valeurs de x
$1^{ère}$: calculer la dérivée de f(x), étudier son signe.

x	-∞		x_1		x_2			+∞
f'(x)		-	0	+	‖		-	
f(x)	limite	↘	mini	↗	limite ‖ limite		↘	limite

DERIVABILITE

Etudier : $\boxed{f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}}$ (théorème des accroissements finis)

PARITE

Paire	f(x)=f(-x)	Symétrie / Oy	f(2a-x)=f(x)	f(a-h)=f(a+h)
Impaire	f(x)=-f(-x)	Symétrie / O	f(2a-x)=2b-f(x)	f(a+h)+f(a-h)=2b

LES FONCTIONS

LIMITES AUX BORNES

Limites à l'∞			$\lim\ldots x\to-\infty$	$\lim\ldots x\to+\infty$
	polynôme $A(x)=a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} +$	*ranger dans l'ordre des puissances décroissantes*	*prendre le terme de plus haut degré*	*prendre le terme de plus haut degré*
	rapport de polynômes $\frac{A(x)}{B(x)}$	$\lim \frac{A(x)}{B(x)} = \lim \frac{Plus\_fort\_degre\_en\_x}{Plus\_fort\_degre\_en\_x} = \lim ax^n$	**∞** *avec le signe de a* si n>0 et impair = *avec le signe de- a*	**∞** *avec le signe de a*
	Ln(x)		non défini	**+∞**
	$\frac{Ln(x)}{x^\alpha}$	α>0	non défini	0
	e^x		0	**+∞**
	$\frac{e^x}{x^\alpha}$	α>0	0	**+∞**
	$x^\alpha e^x$	α>0	0	**+∞**
Limites qd x→a		*Faire un changement de variable X=x-a étudier X→0 par valeur + et -*		
Limites qd x→0		**Se comporte comme :**	$\lim\ldots x\to 0^-$	$\lim\ldots x\to 0^+$
	polynôme $A(x)=a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} +.$	*ranger dans l'ordre des puissances croissantes*	*prendre le terme de plus bas degré*	*prendre le terme de plus bas degré*
	rapport de polynômes $\frac{A(x)}{B(x)}$	$\lim \frac{A(x)}{B(x)} = \lim \frac{Plus\_bas\_degre\_en\_x}{Plus\_bas\_degre\_en\_x} = \lim ax^n$	*n<0 ∞ signe de -a* *n=0 a* *n>0 0 signe de -a*	*n<0 ∞ signe de a* *n=0 a* *n>0 0 signe de a*
	$(1+x)^n$	**1+nx**	*1*	*1*
	$(1-x)^n$	**1-nx**	*1*	*1*
	Sin x ***tg x***	***x***	0^-	0^+
	$\frac{\sin x}{x}$ $\frac{tgx}{x}$	**1**	*1*	*1*
	Ln(1+x)	***x***	0^-	0^+
	$\frac{Ln(1+x)}{x}$		*1*	*1*
	$x^m(Lnx)^n$	**0**	non défini	0^+
	e^x-1	***x***	0^-	0^+
	$\frac{e^x-1}{x}$	**1**	*1*	*1*

ASYMPTOTE

	équation	si	quand
Verticale	***x=a***	***y→∞***	***x→a***
Horizontale	***y=a***	***y→a***	***x→∞***
Oblique	***y=ax+b***	***f(x)-(ax+b)→0***	***x→∞***

DERIVEES

Si u et v sont deux fonctions dérivables sur le même ensemble D, alors les fonctions suivantes sont dérivables et :

(au + bv)' = au' + bv' pour a, b réels quelconques	$(f \circ u)' = f(u(x))' = f_u'u'(x)$
(uv)' = u'v + uv'	$\frac{d}{dx}(f \circ u) = \frac{df}{du}\frac{du}{dx}$
$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$, aux points x tels que v(x) $\neq 0$	
$\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$, aux points x tels que v(x) $\neq 0$	
$(u^n)' = nu^{n-1}u'$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	$\frac{du^n}{dx} = nu^{n-1}\frac{du}{dx}$
$\left(\frac{1}{u^n}\right)' = \frac{-nu'}{u^{n+1}}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	
$(Ln\ u)' = \frac{u'}{u}$	
$(e^u)' = u'e^u$	

Propriété

Une fonction paire a une dérivée impaire.

Une fonction impaire a une dérivée paire.

Remarque : utiliser cette propriété comme vérification lorsqu'on dérive une fonction paire ou une fonction impaire.

Dérivées et Primitives usuelles

f(x)	f ' (x)	$D_{f'}$	F(x)
a	0	$\mathbb{R}$	ax
$ax + b$	a	$\mathbb{R}$	$ax^2/2 + bx + c$
$ax^2 + bx + c$	$2ax + b$	$\mathbb{R}$	$ax^3/3 + bx^2/2 + cx + d$
x^n ($n \in \mathbb{N}^*$)	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$	$x^{n+1}/(n+1) + c$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$	$Lnx + c$
$\frac{1}{x^n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$	$\frac{-1}{(n-1).x^{n-1}} + C$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}^{*+}$	$\frac{2}{3}\sqrt{x}$ +c
$\sqrt{ax+b}$	$\frac{a}{2\sqrt{(ax+b)}}$	$\{x \in \mathbb{R} / ax + b > 0$	
$\cos x$	$-\sin x$	$x \in \mathbb{R}$	$\sin x + c$
$\sin x$	$\cos x$	$x \in \mathbb{R}$	$-\cos x + c$
Lnx	$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$x(Lnx - 1) + c$
e^{ax}	ae^{ax}	$\mathbb{R}$	$e^{ax}/a + c$
tgx	$1+tg^2x = 1/\cos^2 x$		