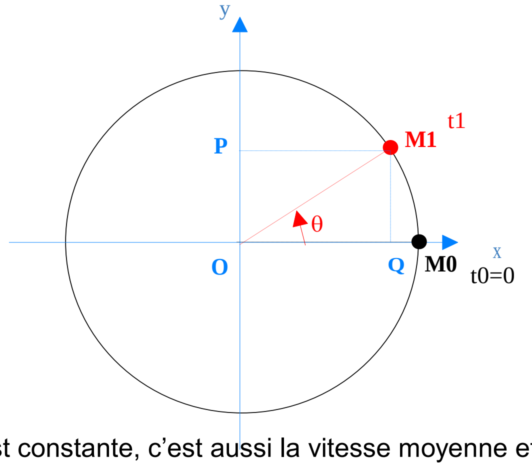
MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME

Rotation à vitesse constante

Un mobile se déplace sur un cercle de rayon R



De M_0 au temps t_0
en M_1 au temps t_1

Il a tourné de θ radians.
L'arc M_0M_1 est le chemin parcouru

entre t_0 et t_1

$$\widehat{M_0M_1} = R\theta \qquad (1)$$

Le mobile a une vitesse constante *v*

$$v = \frac{\widehat{M_0M_1}}{t_1 - t_0} = R\frac{\theta}{t_1 - t_0} \qquad (2)$$

Il s'agit de la vitesse linéaire. Comme elle est constante, c'est aussi la vitesse moyenne et la vitesse instantanée. Le point M décrit une courbe f(t), la vitesse instantanée est égale à la dérivée première de f par rapport au temps.

$$v = \lim_{t_1 \longrightarrow t_0} \frac{\widehat{M_0M_1}}{t_1 - t_0} = \frac{\partial f(t)}{\partial t} = f'(t) \quad ms^{-1}$$

Vitesse angulaire ou pulsation :

On appelle *vitesse angulaire* en radians par seconde, la variation d'angle par unité de temps :

$$\boxed{\varpi = \frac{\theta}{t_1 - t_0} \quad rd\ s^{-1} \qquad (3)}$$

Pour un mouvement circulaire quelconque, on peut définir en tout point la vitesse angulaire instantanée égale à la dérivée première de θ par rapport au temps :

$$\varpi = \frac{\partial\theta}{\partial t} = \theta'(t) \quad rd\ s^{-1} \ (4)$$

Relation entre vitesse linéaire et vitesse angulaire :

Il s'agit de la relation (2)

$$\boxed{V_{\ m/s} = R_{\ m} \ \varpi_{\ rd/s} \ (5) \qquad a_n = v^2/R = R\omega^2 \text{ et } a_t = 0}$$

Période

C'est le temps T mis pour faire un tour :

$$\boxed{\varpi = \frac{2\pi}{T} \quad rd\ s^{-1} \qquad \text{ou encore :} \qquad T = \frac{2\pi}{\varpi} \quad s}$$

Fréquence

C'est l'inverse de la période et aussi le nombre de tours par unité de temps

$$\boxed{f = \frac{1}{T} \quad hertz = N(tours\ /\ s)}$$

OSCILLATIONS / VIBRATIONS

Formules de base :

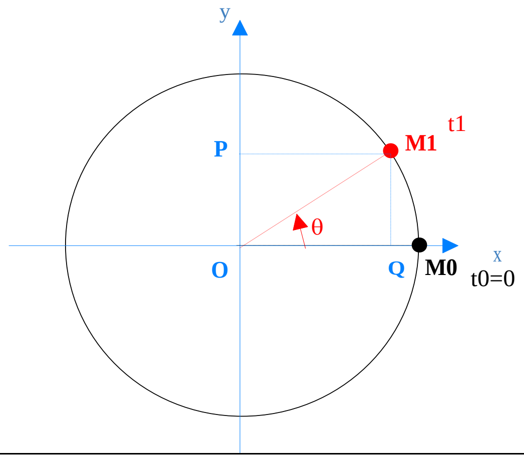
Un mobile M se déplace sur un cercle de rayon R, avec une vitesse angulaire ω
Le point M a pour coordonnées :

$$\boxed{\begin{aligned}\overrightarrow{OQ} &= x(t) = R\cos\theta(t)\\ \overrightarrow{OP} &= y(t) = R\sin\theta(t)\end{aligned}}$$

Les points P et Q oscillent.

On voit bien que l'équation de la trajectoire est celle d'un cercle :

$$x^2 + y^2 = R^2$$



Vitesse angulaire constante :

Si la vitesse angulaire est constante alors : $\theta(t) = \omega . t$
Si au temps t=0, le mobile est en position initiale φ (on appelle cet angle le ***déphasage***),
la position du mobile est donnée par les formules plus générales :

$$\boxed{\begin{aligned}x(t) &= R\cos(\omega t + \varphi)\\ y(t) &= R\sin(\omega t + \varphi)\end{aligned}}$$

On a toujours les même relations période /fréquence, vitesse angulaire : $T = \frac{2\pi}{\varpi} = \frac{1}{f}$ $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

$$\boxed{\begin{aligned}x(t) &= R\cos(2\pi\frac{t}{T} + \varphi)\\ y(t) &= R\sin(2\pi\frac{t}{T} + \varphi)\end{aligned}}$$

Ondes périodiques

Le modèle mathématique utilisé est le même.
Exemple de la corde vibrante, onde mécanique progressive entretenue :

A t fixé (photographie)	**En x_m fixé : (enregistrement des oscillations d'un point)**
La corde prend une forme sinusoïdale	L'élongation est une fonction sinusoïdale du temps $y(t) = y_{max}\cos(2\pi\frac{t}{T} + \varphi)$
La période spatiale est appelée ***longueur d'onde*** λ	La période temporelle est T
$\lambda = v\,T$	L'onde se déplace à une vitesse $v = \frac{\lambda}{T}$